

Gran Premio di Matematica - Edizione 2002

1 Manche

SOLUZIONI 1° MANCHE

QUESITO 1

Dicono che i matematici sono tutti matti, il che è vero al 27%. Si sa anche che il 2,7% dei matti sono matematici. Allora su 5800 persone, 5000 matti e 800 matematici:

- A. 585 sono matematici sani
- B. 350 sono matematici matti
- C. 935 sono matematici (<)
- D. 5215 sono matti

Il 2,7% di 5000 è 135 (matematici fra i matti), mentre il 27% di 800 è 216 (matti fra i matematici), quindi l'unica risposta corretta è C (800+135), le altre sono sbagliate di un'unità.

QUESITO 2

Ai tempi della repubblica di Venezia, l'elezione del doge avveniva tramite un sistema di sorteggi e ripescaggi tra cento persone. In una prima fase sono sorteggiati 30 candidati tra i 100. In una seconda fase avvengono due ulteriori sorteggi: in uno 10 candidati sono scelti tra i 30, nell'altro 10 candidati sono ripescati tra i 70 inizialmente eliminati. In una terza fase, infine, un candidato è scelto come doge, sempre in base a sorteggio, tra i 20 candidati che hanno passato la seconda fase.

Qual è la probabilità che ognuno dei 100 candidati iniziali ha di diventare doge ?

- A. $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{20}$
- B. $\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{20}$
- C. $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{20}$
- D. nessuna delle precedenti (<)

I tre calcoli indicati non hanno senso in quanto $P=1/100$ per tutti, indipendentemente dal modo in cui si effettuano estrazioni successive o ripescaggi! La risposta esatta è D.

QUESITO 3

Sono distribuite 27 caramelle tra alcuni bambini, in modo che **ciascuno** ne abbia almeno una e **nessuno** ne abbia un numero uguale ad un altro. Qual è il **massimo** dei bambini presenti?

- A. 8
- B. 7
- C. 6 (<)
- D. 5

Per avere il massimo numero di bambini, dobbiamo dare a ciascuno il minimo numero possibile di caramelle; tenendo allora conto delle condizioni del problema, abbiamo:

$1+2+3+4+5+6 = 21$ e $1+2+3+4+5+6+7 = 28$, ma le caramelle distribuite sono solo 27, quindi possiamo avere al massimo 6 bambini.

QUESITO 4

Una cravatta costa a Roma 100.000 lire, a Londra 32 sterline, a N. Y. 46 dollari e a Tokio 6.000 yen. Sapendo che 1 euro = 0,6176 sterline = 0,8943 dollari = 115,88 yen, dove costa meno la cravatta?

- A. a Roma
- B. a Londra
- C. a N. Y. (<)
- D. a Tokio

Calcolando i prezzi in €, si ha

- A. $100.000/1936,27 = 51,65$
- B. $32/0,6176 = 51,81$
- C. $46/0,8943 = 51,44$
- D. $6.000/115,88 = 51,78$

Risulta più conveniente a N. Y.

QUESITO 5

Tizio deve investire 10.000 euro in 4 anni e ha 4 opportunità:

l'investimento A frutta il 2,5% all'anno per 4 anni

l'investimento B frutta l'1,1% il primo anno, il 2% il secondo, il 3% il terzo e il 4% il quarto

l'investimento C frutta il 4,1% il primo anno, il 3% il secondo, il 2% il terzo e l'1% il quarto

l'investimento D frutta 1000 euro complessivi nei quattro anni.

Sapendo che i rendimenti sono netti e supponendo che il tasso di inflazione sia lo stesso nei quattro anni, determinate quale investimento è più conveniente.

- A. A
- B. B (<)
- C. C
- D. D

Calcolando il montante unitario ($1€ +$ l'interesse su $1€$) ogni anno abbiamo:

- A. $1+2,5\% = 1,025$ e per 4 anni $1,025 \cdot 1,025 \cdot 1,025 \cdot 1,025 = 1,1038...$, pari a un tasso del 10,38%
- B. per 4 anni $1,011 \cdot 1,02 \cdot 1,03 \cdot 1,04 = 1,10464...$, pari a un tasso del 10,464%
- C. per 4 anni $1,041 \cdot 1,03 \cdot 1,02 \cdot 1,01 = 1,10461...$, pari a un tasso del 10,461%
- D. per 4 anni 1000 €, pari a un tasso del 10%

L'investimento più conveniente è allora B.

QUESITO 6

Pietro e Paolo sono due fratelli, non sempre in “buon accordo”. Un giorno il padre li convoca **separatamente** e fa loro le seguente proposte:

- a) ti do 5 €
- b) do a tuo fratello 50 €
- c) lancio una moneta e se viene testa ti do 20 € (se viene croce non ti do nulla)

Se tu fossi Pietro e non sai cosa ha deciso o deciderà Paolo e nemmeno puoi accordarti con lui, quale delle proposte giudichi sia la più conveniente?

- A. la a)
- B. la b)
- C. la c) (←)
- D. è la stessa cosa

Se i fratelli si potessero accordare avrebbero, con certezza, 50 € a testa (proposta b), ma ciò è escluso dalle condizioni del problema; inoltre il rischio del lancio della moneta ci dà un guadagno medio di 10 €, superiore al guadagno certo di 5 €. Per prendere una decisione conveniente Pietro deve analizzare la seguente tabella, nella quale sono rappresentati i suoi possibili incassi, che dipendono anche dalle decisioni di Paolo:

Incassi di Pietro		decisioni di Paolo		
decisioni di Pietro	a	5	55	5
	b	0	50	0
	c	10	60	10

Essendo gli incassi dell'ultima riga maggiori di tutti gli altri, la decisione più conveniente è la c).

QUESITO 7

In un bar un caffè costa 80 € cent.; la tessera per 15 caffè 10 €. Qual è lo sconto applicato?

- A. Il 20%
- B. Circa il 17% (°)
- C. Circa il 16%
- D. Il 15%

Se compro 15 caffè senza tessera li pago $15 \cdot 0,80 \text{ €} = 12 \text{ €}$, con la tessera ho lo sconto di 2 €, che in percentuale equivale a $2/12 = 0,1666... =$ circa il 17% (risposta B).

QUESITO 8

Un supermercato applica l'offerta 3 x 2 (compri 3 paghi 2). Qual è lo sconto applicato?

- A. Il 30%
- B. Circa il 32%
- C. Circa il 33% (°)
- D. Il 50%

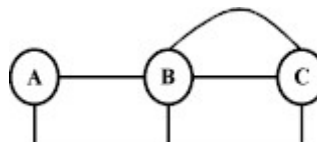
Se un prodotto costa 10 € per tre prodotti dovrei pagare 30 €, ma ne pago solo 20 € con uno sconto di 10 €. Quindi in percentuale ho lo sconto di $10/30 = 0,3333... =$ circa il 33% (risposta C).

QUESITO 9

Tre paesi A, B e C sono collegati da alcune strade come in figura.

In quanti modi diversi si può andare da A a C, passando per B?

- A. 2
- B. 3
- C. 5
- D. 6 (←)



Due strade portano da A a B, tre da B a C, quindi i modi diversi sono $2 \cdot 3 = 6$ (Risposta D)

QUESITO 10

Dati i seguenti gruppi di numeri:

1° gruppo 152 123 210

2° gruppo 105 110 115 125 135

i due gruppi di numeri dati sono tali che, quattro numeri del secondo gruppo hanno somma uguale ai tre del primo gruppo. Quale numero del secondo gruppo resta fuori?

- A. 105 (<)
- B. 110
- C. 115
- D. 125

Poiché la somma termina per 5 i quattro numeri non possono terminare tutti per 5, quindi 110 è per forza "dentro" (come 135): $152 + 123 + 210 - 110 - 135 = 240 = 115 + 125$. Rimane fuori 105 (A)

QUESITO 11

Giovanni vuole incrementare la somma C regalatagli dalla nonna. Investendo al 6% annuo, dopo un anno quanto avrà complessivamente?

- A. $0.06C$
- B. $0.06C + C$ (<)
- C. $0.6C$
- D. $C + 6$

Poiché il 6% di C è $0.06C$ (interesse) dopo un anno si avrà $0.06C + C$ (risposta B)

QUESITO 12

Anna e Marco hanno insieme 49 anni, Laura e Franco hanno insieme 4 anni in più di Elisa e Michele, mentre Elisa ha 2 anni più di Anna. Ogni ragazzo ha 5 anni in più della rispettiva compagna. Qual è l'età delle ragazze?

- A. 22, 22, 24
- B. 20, 22, 24
- C. 22, 24, 26 (<)
- D. 22, 23, 24

Essendo i ragazzi 5 anni più vecchi delle ragazze Anna ha 22 anni (e Marco 27), Elisa ne ha 24 (e Michele 29), quindi Laura 26 (e Franco 31). La risposta esatta è C.

QUESITO 13

Le tre coppie del problema precedente, vogliono farsi ritrarre in un'unica foto, sedendosi su 6 sedie allineate, ma, ovviamente non vogliono essere separate. Quante posizioni diverse possono scegliere nella foto?

- A. 6
- B. 24
- C. 36
- D. 48 (<)

Le tre coppie dovendo stare vicine occupano tre posizioni, quindi hanno $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ possibilità diverse, ma in ogni coppia l'uomo può stare a destra oppure a sinistra, quindi per le tre coppie abbiamo $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ possibilità. In definitiva le posizioni diverse sono $6 \cdot 8 = 48$ (risposta D).

QUESITO 14

Qual è il più piccolo numero intero positivo il cui quadrato termina con le cifre 2001 ?

- A. 101
- B. 1001
- C. 209
- D. 249 (<)

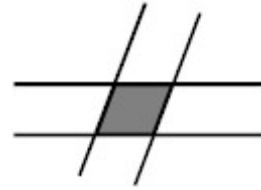
I quattro numeri hanno i seguenti quadrati (bastava usare la calcolatrice):

- A. 10201 no
- B. 1002001 sì (ma non è il numero più piccolo della lista!)
- C. 43681 no
- D. 62001 sì (che è la risposta esatta!)

QUESITO 15

Due strisce di carta larghe 1 cm sono disposte come in figura. La parte in cui si sovrappongono (scura nel disegno) ha il perimetro di 8 cm. Qual è la sua area espressa in cm^2 ?

- A. 1
- B. 2 (<)
- C. 3
- D. 4



La figura è un parallelogramma con le altezze uguali a cm 1, quindi è un rombo di base $8:4 = 2$ cm e di area $2 \cdot 1 = 2 \text{ cm}^2$. (risposta B)

QUESITO 16

Nel paese di Matemandia tutte le vendite sono soggette a due tasse, che variano da città a città.

A Log Island si tassa prima del 10% e poi del 15% (sul prezzo già tassato), a Tang Eri prima del 14% e poi del 11%, invece a Para Bola prima del 24% e poi del 2%. Dove si pagano meno tasse?

- A. a Log Island
- B. a Tang Eri
- C. a Para Bola (<)
- D. sia a Log Island che a Tang Eri

Se un bene vale per es. 1000 €, esso costa nelle tre città:

- A. $(1000+1000 \cdot 0,10) + (1000+1000 \cdot 0,10) \cdot 0,15 = 1265 \text{ €}$
- B. $(1000+1000 \cdot 0,14) + (1000+1000 \cdot 0,14) \cdot 0,11 = 1265,40 \text{ €}$
- C. $(1000+1000 \cdot 0,24) + (1000+1000 \cdot 0,24) \cdot 0,02 = 1264,48 \text{ €}$ (a Para Bola il bene costa di meno!)

QUESITO 17

Osserva la figura (ci sono mele, pere e un libretto); sapendo che il libretto pesa 110 g, quanto pesa una mela?

- A. 150 g
- B. 155 g
- C. 160 g
- D. 165 g (<)



Dalla seconda bilancia si vede che una pera pesa 110 g (come il libretto), quindi 3 pere 330 g e una mela (prima bilancia) 165 g. (risposta D).

QUESITO 18

I quattro rettangoli della figura sono perfettamente uguali. Sapendo che il perimetro della figura è 7 cm, qual è la sua area?

- A. 2 cm^2
- B. 3 cm^2 (<)
- C. 4 cm^2
- D. 6 cm^2



La figura è un rettangolo di base $3u$ e altezza $4u$, dove u è il lato minore di ciascuno dei rettangoli che la compongono; il suo perimetro è $14u$, quindi $u = 0,5$ cm.

L'area è allora $12u^2$, cioè $12 \cdot 0,25 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2$ (risposta B).

QUESITO 19

Tre ragazze Anna, Bianca e Carla stanno conversando sedute su una panchina del parco:

Anna: "Io non ho il fidanzato e nemmeno Bianca"

Bianca: "Nemmeno io ce l'ho e Anna mente"

Carla: "Io invece ce l'ho e Anna dice la verità"

Sapendo che una sola delle ragazze mente, chi di esse ha il fidanzato?

- A. Anna
- B. Bianca
- C. Carla (<)
- D. Sia Bianca che Carla

Se Anna mente, allora Carla dice la verità (una sola mente), il che esclude che Anna menta. Se Bianca mente, allora Anna e Carla dicono la verità, il che assicura che Carla ha il fidanzato e Bianca no (risposta C). Se Carla mente, allora Anna e Bianca dicono la verità, ma ciò non è possibile in quanto Bianca dice che Anna mente.

QUESITO 20

Al supermercato 25 cioccolatini costano tanti Euro, quanti sono i cioccolatini che si riescono a comprare con un Euro. Quanti €cent costa un cioccolatino?

- A. 20 (<)
- B. 25
- C. 30
- D. 35

Si può impostare "facilmente" l'equazione $25x = 1/x$, dove x rappresenta il costo in Euro di un cioccolatino e quindi $1/x$ il numero di cioccolatini, che si riescono a comprare con 1 Euro. Risolta l'equazione si trova $x = 1/5$ (di Euro), cioè 20 €cent (con 1 € compro 5 cioccolatini!).

Ovviamente, tenuto conto che si tratta di una gara e che il testo potrebbe essere mal interpretato (equazione "poco facile" da impostare!), converrebbe procedere a ritroso:

A: 20 €cent, quindi $25 \cdot 20 \text{ €cent} = 500 \text{ €cent} = 5 \text{ €}$ e $5 \cdot 20 \text{ €cent} = 100 \text{ €cent} = 1 \text{ €}$ visto che la soluzione è unica si tratta di A (non per niente la redazione l'ha messa per prima!, e poi le altre non danno un numero intero di Euro!)